

Die einlagige Zylinderspule optimiert

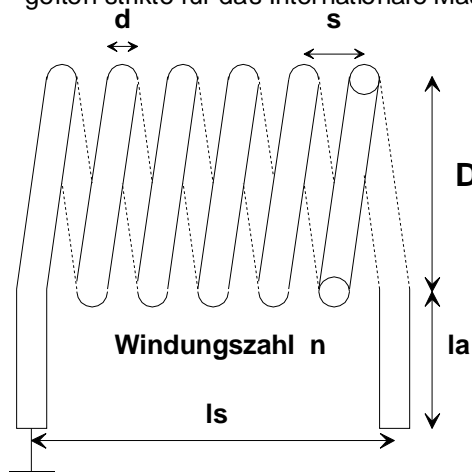
In Anwendungen im Hochfrequenzbereich sind Induktivitäten häufig. Immer dann, wenn es darum geht Filter zu bauen oder Impedanzen zu transformieren, interessieren nebst der Induktivität auch die Verluste. Bei grossen Leistungen sind sie für die Erwärmung verantwortlich. Bei kleinen Leistungen (QRP) ist der Wirkungsgrad entscheidend. Es ist ein Irrglaube zu meinen, die Güte in QRP-Geräten sei nicht von Bedeutung und dürfe deshalb beliebig klein sein. Wir wollen zwar kleine Geräte, sind aber nicht bereit den Wirkungsgrad zu opfern. Da sind wir geizig. Deshalb interessiert es zu wissen wie Spulen konstruiert sein müssen, dass die Güte einen vernünftigen Wert erreicht. Für unproblematische Realisierungen bieten sich die einlagigen Zylinderluftspulen an. Sie sind leicht zu realisieren und sind unproblematisch in Bezug auf magnetische Sättigung. Ferner sind einfache Berechnungen für die Induktivität bekannt geworden. Hingegen ist es schwierig eine geeignete Methode zu finden, mit der die Güte berechnet werden kann. Intuitiv wissen wir, dass grosse Spulen eine höhere Güte aufweisen. Weil wir aber elegante Geräte bauen wollen, soll die Spule nur so gross sein wie unbedingt nötig. Wir suchen also eine Rechenvorschrift (Algorithmus), welche es ermöglicht die verlangten Werte für die Induktivität und die Güte zu erreichen mit der Gewissheit, dass es keine Lösung gibt, die ein kleineres Volumen aufweist.

Die Güte einer Induktivität ist als das Verhältnis der Reaktanz zum Seriewiderstand definiert. Das heisst wir müssen also sowohl die Induktivität L als auch den Seriewiderstand berechnen können.

$$\text{Güte} = Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{R_{\text{serie}}}$$

Berechnung der Induktivität

Bevor wir rechnen, definieren wir die verwendeten Abkürzungen in den Formeln. Die nachfolgenden Berechnungen gelten strikte für das Internationale Masssystem. (m, Ohm, Henry, Hz)



- Volumen der Spule $V [m^3]$
- Spulendurchmesser $D [m]$
- Spulenlänge $l_s [m]$
- Formfaktor l_s/D $\alpha [-]$
- Drahtdurchmesser $d [m]$
- spez. Widerstand $\rho [\Omega \cdot m]$
- Draht /Steigung (Wicklungsdichte) $\eta [-]$
- Windungszahl $n [-]$
- Betriebsfrequenz $f [Hz]$
- Eindringtiefe $\delta [m]$
- Anschlussdrahtlänge $l_a [m]$
- Induktivität $L [H]$

weitere Definitionen

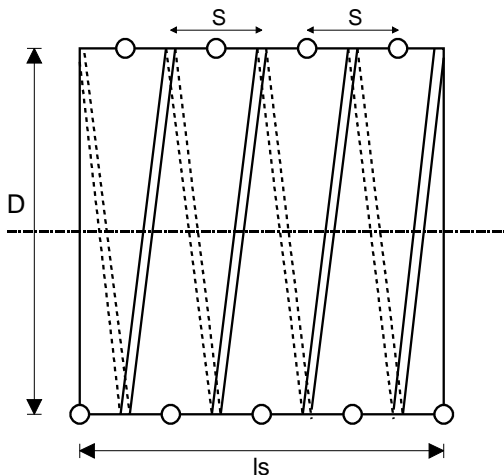
$$\alpha = \frac{l_s}{D} \quad \eta = \frac{d \cdot n}{D \cdot \alpha}$$

$$\mu_0 := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} *$$

Bei einer Umgebungstemperatur Tamb von 20 °C beträgt der spezifische Widerstand für teilweise gerecktes Kupfer:

$$\rho_{20} := 0.0179 \cdot 10^{-6} *$$

Die Berechnung der Induktivität ist nicht trivial. Schon 1879 zeigte der Physiker L. Lorenz wie man das Problem löst. Eine Vereinfachung der Spulengeometrie war notwendig. Die Windungen bestehen aus einer unendlich dünnen Folie gerade so breit wie die Steigung. Dieses Modell wird "Current- Sheet " genannt und vermindert die Anzahl der Einflussgrössen, wie Drahtdurchmesser, Frequenz und Wicklungsdichte. Trotz dieser Vereinfachung war der Einsatz von komplizierter Mathematik notwendig. Erst 30 Jahre später errechnete H. Nagaoka ein Tabellenwerk, was für die Praxis sehr hilfreich war.



$$L = \frac{\pi \cdot \mu_0}{4} \cdot n^2 \cdot \frac{D^2}{l_s} \cdot K_n \quad K_n = \text{Nagaokakonstante} = f(\alpha) \quad (0 \dots 1)$$

Es gibt viele Näherungen für K_n . Am bekanntesten ist die erste von Wheeler. Sie ist sehr einfach, für kurze Spulen aber zu ungenau. Weil volumenoptimierte Spulen recht kurz sind, ist eine genauere Variante gefragt.

$$\text{Wheeler:} \quad K = \frac{\alpha}{\alpha + 0.45} \quad \pm 0.3 \%, \quad \alpha = 0.4 \dots 4$$

Für unsere Zwecke genügend genau und trotzdem noch einfach ist meine Näherung:

$$K = \frac{\alpha \cdot 1.9837 + 0.0475}{\alpha \cdot 1.9517 + 1} \quad \pm 0.1\%, \quad \alpha = 0.15 \dots 2$$

Im Uebergang zur realen Spule stellt sich die Frage welche mechanischen Grössen mit denjenigen des Current-Sheet - Modells korrespondieren. Nagaoka sagt, massgebend sei die Mittellinie der Folie. Sie wird zur Mittellinie des Runddrahtes. Leider wird in vielen Veröffentlichungen sowohl der äquivalente Spulendurchmesser als auch die Spulenlänge frei interpretiert. Das führt zu Ungenauigkeiten. Unten wird gezeigt, dass der Stromschwerpunkt durch Verdrängungen verschoben wird. Das heisst die effektiv wirkenden Abmasse weichen von den mechanischen Dimensionen etwas ab. Das ist bei der Berechnung der Induktivität zu berücksichtigen. G3YNH zeigt wie.

$$D_{\text{eff}} = D - d \cdot \left(\frac{n-2}{n} \cdot \frac{2 \cdot \eta}{1 + \eta} + \frac{1 - \eta}{1 + \eta} \cdot \frac{d}{D} \right) \quad l_{\text{seff}} = l_s + \frac{d}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{n-2}{n} \cdot \frac{2 \cdot \eta}{\eta + 1} + \frac{1 - \eta}{1 + \eta} \cdot \frac{d}{D} \right)$$

Runddrähte und deren Zwischenräume verlangen eine Korrektur der Induktivität auf Grund des etwas veränderten Feldlinienverlaufs um und in den Drähten. Das verändert Grössen wie die innere und äussere Selbstinduktion sowie die Gegeninduktion zwischen den Windungen. Die Korrektur ΔL muss vom Wert nach Nagaoka subtrahiert werden. Die Korrekturen findet man bei Rosa.

Eine praktische Näherung ergibt:

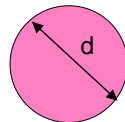
$$\Delta L = \mu_0 \cdot \frac{D}{2} \cdot n \cdot \left[\ln(2.241 \cdot \eta) + 0.3289 \cdot 0.1265 \left(\frac{1}{n} \right) - 0.0593 \cdot (d \cdot \sqrt{f})^{-0.863} \right]$$

damit wird die Induktivität:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{D_{\text{eff}}^2}{l_{\text{seff}}} \cdot n^2 \cdot \frac{1.9837 \cdot \alpha_{\text{eff}} + 0.0475}{1.9517 \cdot \alpha_{\text{eff}} + 1} - \Delta L$$

Berechnung des Seriewiderstandes

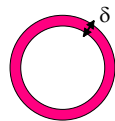
Gleichstrom oder sehr tiefe Frequenzen nutzen den gesamten Drahtquerschnitt.



$$R_{\text{dc}} = \rho \cdot \frac{\text{Drahtlänge}}{\text{Querschnitt}}$$

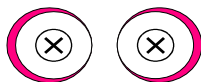
$$R_{\text{dc}} = \rho \cdot \frac{n \cdot \pi \cdot D}{\left(\frac{d^2 \cdot \pi}{4} \right)} = 4 \cdot \rho \cdot n \cdot \frac{D}{d^2}$$

Im Kurzwellenbereich wirkt der Skineffekt und verdrängt den Strom nach aussen

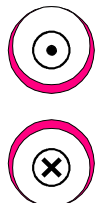


$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{f}}$$

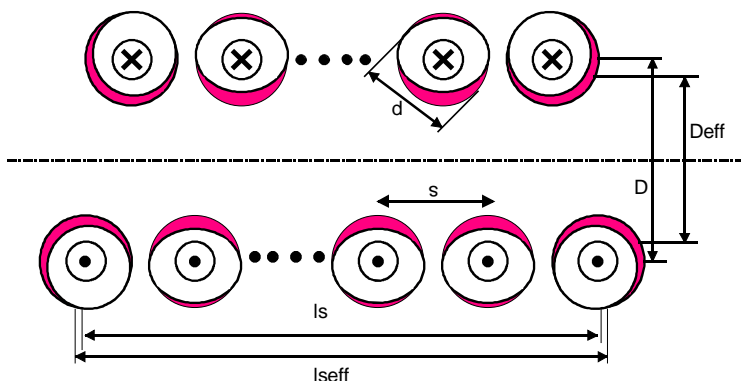
$$R_{\text{skin}} = \rho \cdot \frac{n \cdot \pi \cdot D}{d \cdot \pi \cdot \delta} = \sqrt{\mu_0 \cdot \pi \cdot \rho} \cdot \frac{D \cdot n}{d} \cdot \sqrt{f}$$



In realen Spulen hat jede Windung Nachbarn. Ihre äusseren magnetischen Felder beeinflussen gegenseitig den Strombelag. Das wird Proximity-Effekt genannt. Gleichlaufende Ströme verdrängen Strombeläge nach aussen. Gegenläufige Ströme verdrängen die Strombeläge nach innen.



In einer Spule treten beide Erscheinungen kombiniert auf. Zwischen den Windungen nimmt der Strombelag ab. Er wird aber nicht gleichmässig nach oben und unten verdrängt, da die Drähte auch Nachbarn auf der gegenüberliegenden Seite der Spulenachse haben, wo der Strom in der Gegenrichtung verläuft. Dieser Effekt reduziert den für die Induktivität massgebenden Spulendurchmesser. Ferner ist zu sehen, dass die Randwindungen weniger Verdrängungen aufweisen, da sie nur auf einer Seite einen nahen Nachbarn haben. Die Stromverdrängungen vergrössern den Widerstand R_{skin} .



$$R_{\text{ac}} = R_{\text{skin}} \cdot \Phi$$

Φ ist der Faktor, welcher die Widerstandserhöhung auf Grund des Proximity-Effektes berücksichtigt. Er ist eine Funktion von Formfaktor α , Wicklungsdichte η und Windungszahl n .

Es hat nicht an Versuchen gefehlt, den Proxifaktor Φ zu bestimmen. Medhurst und G3YNH u.a. kommen zum Schluss, dass die Berechnungen von Butterworth und damit auch Arnold bei kurzen und dicht gewickelten Spulen ungenau sind, was auch meinen Erfahrungen entspricht. Medhurst ermittelte in einer aufwendigen Versuchsreihe den Faktor Φ experimentell. Leider sind seine Resultate nur gültig für Windungszahlen >20 . In einer zweiten Veröffentlichung gibt er eine Idee wie seine Werte für kleine Windungszahlen zu korrigieren wären.

Die Tabelle von Medhurst lässt sich annähernd als Funktion darstellen:

$$\Phi = \frac{1}{1.1532 - .067\alpha - \eta \cdot (.9636 + .05609\alpha - .06151\alpha^2)}$$

G3YNH sagt die Randwindungen hätten nur einen einzigen Nachbarn und würden deshalb jeweils nur halb soviel zum Verdrängungseffekt beitragen. Er kombiniert den Skineffekt mit dem Proxi-Effekt und der Windungszahl.

$$R_{ac} = R_{dc} \cdot \left[1 + \left(\frac{R_{skin}}{R_{dc}} - 1 \right) \cdot \left[\Phi \cdot \left(\frac{n-1}{n} \right) + \frac{1}{n} \right] \right]$$

jetzt ist Q berechenbar

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{R_{ac}}$$

In einer Versuchsreihe habe ich das vorliegende Verfahren überprüft. Die Kontrollmessungen erfolgten mit einem Q-Meter HP4342A. Ich konnte eine Übereinstimmung von $\pm 3\%$ feststellen. Es ist zu beachten, dass hohe Q-Werte (>100) nur mit freitragenden Luftspulen zu erreichen sind. Ferner dürfen bei der Messung nur Luft- oder Vacuumkondensatoren eingesetzt werden. Es gibt keine Kondensatoren mit Festdielektrika, welche die Anforderungen erfüllen. Der Widerstand R_{skin} der Anschlussdrähte sowie deren Induktivität muss berücksichtigt werden. Eine Quelle von Ungenauigkeit ist auch die begrenzte Genauigkeit bei der Ermittlung der mechanischen Größen.

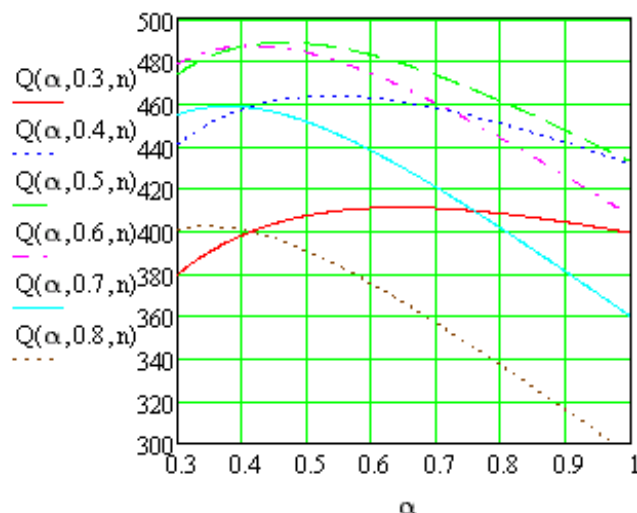
Die Suche nach dem Optimum

Eine einlagige Zylinderspule ist definiert mit Durchmesser, Länge, Windungszahl und Drahtdurchmesser, also 4 Größen. Elektrisch ist sie definiert mit Induktivität, Güte und Arbeitsfrequenz. Das sind 3 Größen. Soll eine Spule entworfen werden, welche die 3 elektrischen Größen aufweisen soll, gibt es viele Lösungen weil ja 4 Freiheitsgrade zur Verfügung stehen. Das System ist also nicht vollständig definiert. Es bleibt noch ein Freiheitsgrad übrig. Diese Tatsache kann man benützen um irgend eine weitere Eigenschaft der Spule zu fordern. In unserem Falle fordern wir ein minimales Volumen.

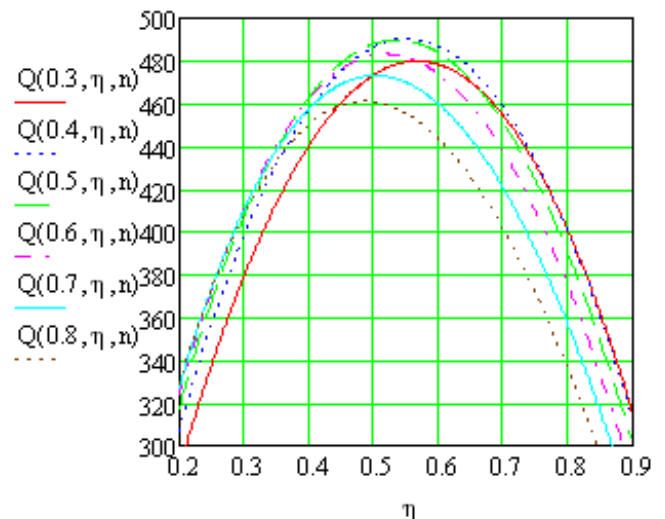
Für konstantes Volumen gilt:

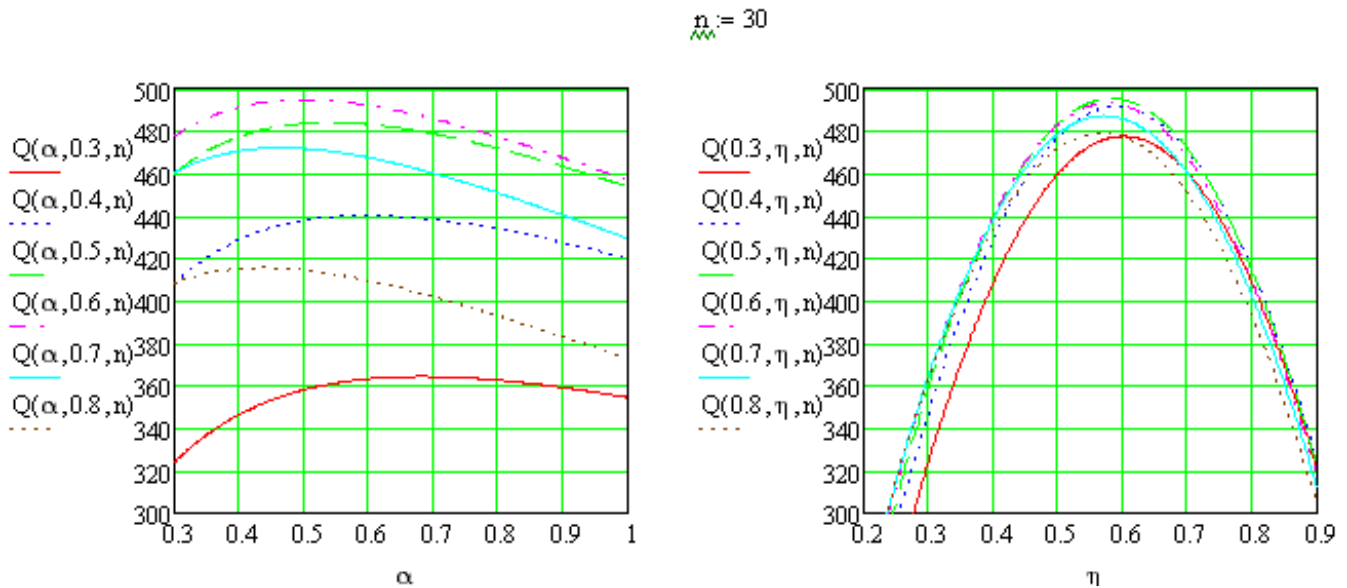
$$D = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot \alpha}}$$

Dann wird nach obigem Verfahren für viele Kombinationen von α , η und n die Güte Q berechnet. Das Volumen wird dabei konstant gehalten. Wir erkennen dass bei konstantem Volumen die Güte vom Formfaktor, der Wicklungsdichte und von der Windungszahl beeinflusst wird. Man sieht dass die Güte moderat auf den Formfaktor α reagiert, hingegen empfindlich auf die Wicklungsdichte η .



$n := 3$





Für jede Windungszahl suchen wir das absolute Maximum minutiös. Das ergibt je eine Wertetabelle für α und η welche als Näherungsfunktionen dargestellt werden können.

$$n := 2, 3 \dots 30 \quad \alpha_{\text{opt}}(n) := 0.4175 \cdot (\ln(n))^{0.1576} \quad \eta_{\text{opt}}(n) := 0.5154 \cdot \cosh(-0.007293 \cdot n) + 0.01591 \cdot \ln(n)$$

Im Algorithmus zur Suche nach der optimalen Spule benötigen wir eine Schätzung der Windungszahl.

Aus den einfachen Grundgleichungen für L und Q kann eine Beziehung für n hergeleitet werden

$$n = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \eta \cdot \alpha \cdot \delta \cdot f}{Q \cdot \Phi \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot \delta \cdot f}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{L}{Q}} \cdot \sqrt{\frac{\alpha \cdot \eta}{\Phi}} \quad \text{mit} \quad \sqrt{\frac{\alpha \cdot \eta}{\Phi}} = k \quad \text{und} \quad \delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{f}} \quad \text{wird} \quad n = k \cdot \sqrt{\frac{10^7 \cdot f}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{L}{Q}}$$

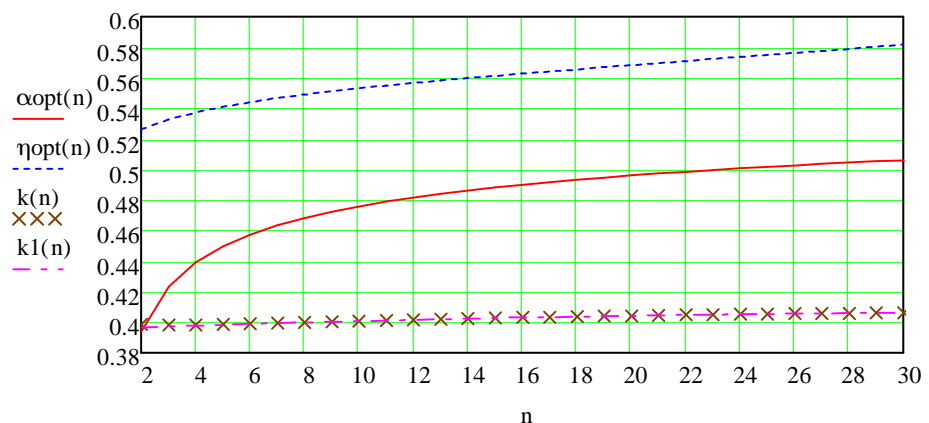
Berechnung des Faktors k : Für die optimale Spule benutzen wir die aus den Kurven ermittelten α_{opt} und η_{opt} . Die Funktion Φ_m muss noch berechnet werden. Dazu verwenden wir die Tabelle von Medhurst oder bequemer eine Näherung, welche im Bereich der erwarteten α und η besonders genau ist.

$$\Phi_m(\alpha_{\text{opt}}, \eta_{\text{opt}}, n) := \frac{4.859 + \alpha_{\text{opt}}(n)}{6.153 - 5.480 \cdot \eta_{\text{opt}}(n)} \quad \text{gültig für grosse Windungszahlen}$$

korrigiert für die Windungszahl n nach G3YNH: $\Phi_{\text{opt}}(\alpha_{\text{opt}}, \eta_{\text{opt}}, n) := \left[\Phi_m(\alpha_{\text{opt}}, \eta_{\text{opt}}, n) \cdot \left(1 - \frac{1}{n} \right) + \frac{1}{n} \right]$

somit wird $k(n) := \sqrt{\frac{\alpha_{\text{opt}}(n) \cdot \eta_{\text{opt}}(n)}{\Phi_{\text{opt}}(\alpha_{\text{opt}}, \eta_{\text{opt}}, n)}}$ Näherung: $k_1(n) := 0.01051 \cdot \text{atan}(0.05447 \cdot n) + 0.3958$

Grafisch dargestellt:



Bei volumenoptimierten Spulen sind also die Parameter α , η und Φ nur von der Windungszahl abhängig. Bemerkenswert ist die Entdeckung, dass der für die Berechnung der Windungszahl wichtige Ausdruck k fast konstant ist. Das hilft uns die Windungszahl n aus den verlangten Werten L und Q recht genau zu berechnen.

Algorithmus zur Berechnung der einlagigen Zylinderspule mit minimalem Volumen

Dieser Algorithmus eignet sich für ein Computerprogramm

Gegeben : $f := 7.958 \cdot 10^6$ $T_{amb} := 20$ $\mu_0 := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ * $\rho_{20} := 0.0179 \cdot 10^{-6}$ für Kupfer @ 20 °C teilw. gereckt

daraus $\rho := \rho_{20} \left[1 + (T_{amb} - 20) \cdot 3.9 \cdot 10^{-3} \right] = 17.9 \times 10^{-9}$ $\delta := \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu_0 \cdot f}} = 23.87 \times 10^{-6}$

Geforderte Grössen : $L := 2.5 \cdot 10^{-6}$ $Q := 523$

erste Bestimmung der Windungszahl mit dem Schätzwert: $k_0 := 0.4$ $n_0 := k_0 \cdot \sqrt{\frac{10^7 \cdot f}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{L}{Q}} = 7.141$

Die diskreten runden Drähte führen nach Rosa zu einer kleineren Induktivität als das Currentsheet - Modell ergibt. Das muss bei der Berechnung der Windungszahl berücksichtigt werden.

Für optimale Spulen mit einer Windungszahl nach einer ersten Schätzung wird der Korrekturfaktor:

$$k_{rosa} := 1.0 - \frac{0.345}{n_0 + 2.53} = 0.964$$

erste Verbesserung der Windungszahl und von k:

$$n_1 := n_0 \cdot \sqrt{k_{rosa}} = 7.013$$

$$k_1 := 0.01051 \cdot \operatorname{atan}(0.05447 \cdot n_1) + 0.3958 = 0.3996$$

zweite Verbesserung:

$$n := n_1 \cdot \frac{k_1}{k_0} = 7.006$$

die dazu gehörigen optimalen Parameter

$$\alpha := 0.4175 \cdot (\ln(n))^{0.1576} = 0.464 \quad \eta := 0.5154 \cdot \cosh(-0.007293 \cdot n) + 0.01591 \cdot \ln(n) = 0.547$$

Damit ermitteln wir die Current-Sheet Dimensionen :

$$D_0 := \frac{4 \cdot L \cdot \alpha}{\pi \cdot \frac{1.9837 \cdot \alpha + 0.0475}{1.9517 \cdot \alpha + 1} \cdot n^2 \cdot \mu_0} = 47.123 \times 10^{-3} \quad l_{s0} := D_0 \cdot \alpha = 21.852 \times 10^{-3} \quad d_0 := \frac{l_{s0} \cdot \eta}{n} = 1.706 \times 10^{-3}$$

Die Stromverdrängungen verlangen eine Korrektur hin zu den effektiven mechanischen Abmessungen:

$$k_{proxi} := \left(\frac{n-2}{n} \cdot \frac{2 \cdot \eta}{1+\eta} + \frac{1-\eta}{1+\eta} \cdot \frac{d_0}{D_0} \right) = 0.516$$

$$D := D_0 + k_{proxi} \cdot d_0 = 48.004 \times 10^{-3} \quad l_s := l_{s0} - \frac{k_{proxi}}{\sqrt{2}} \cdot d_0 = 21.23 \times 10^{-3} \quad n = 7.006 \quad d := \frac{l_s \cdot \eta}{n} = 1.658 \times 10^{-3}$$

Richtwerte für die Eigenkapazität und Eigenresonanz ohne Anschlussdrähte:

$$C_0 := 0.5 \cdot 10^{-10} \cdot D = 2.4 \times 10^{-12} \quad f_0 := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_0}} = 65 \times 10^6$$

Nebenbedingungen:

- die Resonanzfrequenz f_0 min. 3 mal höher ist als die Arbeitsfrequenz
- die Induktivität wie auch der Widerstand der Anschlussdrähte sind nicht berücksichtigt
- der Drahtdurchmesser grösser als 5 mal δ . z.B. 0.27mm für 1.7 MHz

Kontrolle : Verwendung der oben ermittelten Resultate einer optimalen Spule oder korrigierte Werte im Bereich $\alpha = 0.4 \dots 0.7$ und $\eta = 0.4 \dots 0.68$

$$\alpha := \frac{l_s}{D} = 0.442 \quad \eta := \frac{n \cdot d}{l_s} = 0.547 \quad k_{proxi} := \left(\frac{n-2}{n} \cdot \frac{2 \cdot \eta}{1+\eta} + \frac{1-\eta}{1+\eta} \cdot \frac{d}{D} \right) = 0.515$$

$$D_{eff} := D - k_{proxi} \cdot d = 0.0471 \quad l_{seff} := l_s + \frac{k_{proxi}}{\sqrt{2}} \cdot d = 0.0218 \quad \alpha_{eff} := \frac{l_{seff}}{D_{eff}} = 0.463$$

$$L := \frac{\mu_0 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{D_{eff}}{\alpha_{eff}} \cdot n^2 \cdot \frac{1.9837 \cdot \alpha_{eff} + 0.0475}{1.9517 \cdot \alpha_{eff} + 1} \quad L = 2.503 \times 10^{-6}$$

$$R_{dc} := \frac{4 \cdot D \cdot n \cdot \rho}{d^2} = 8.764 \times 10^{-3} \quad R_{skin} := \sqrt{\mu_0 \cdot \pi \cdot \rho} \cdot \frac{D \cdot n}{d} \cdot \sqrt{f} = 152.15 \times 10^{-3} \quad \Phi_m := \frac{4.859 + \alpha}{6.153 - 5.480 \cdot \eta} = 1.680$$

$$R_{ac} := R_{dc} \cdot \left[1 + \left(\frac{R_{skin}}{R_{dc}} - 1 \right) \cdot \left[\Phi_m \cdot \left(\frac{n-1}{n} \right) + \frac{1}{n} \right] \right] = 0.236 \quad Q := \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{R_{ac}} \quad Q = 530.9$$

Vereinfachte Berechnung für den Praktiker

Das nachstehende einfache Entwurfsverfahren ist gültig für eine freitragende Zylinderspule optimiert auf minimales Volumen. Es wurden die optimalen Werte für α und η bei einer Windungszahl von 10 verwendet. Daher ist die Genauigkeit dort am besten. Brauchbare Ergebnisse werden im Bereich $n = 3 \dots 25$ erzielt.

Voraussetzungen:

Die Spule besteht aus Kupferdraht bei 20 °C. Die Anschlussdrähte werden weder für die Induktivität noch für die Güte berücksichtigt.

Gegeben : $f := 7.958 \cdot 10^6$ Kupferdraht bei 20 Grad

Geforderte Grössen : $L := 2.5 \cdot 10^{-6}$ $Q := 523$

Bestimmung der Windungszahl : $n := 1917 \cdot \sqrt{\frac{L \cdot \sqrt{f}}{Q}} = 7.040$

die optimalen Parameter $\alpha := 0.3973 + 0.03288 \cdot \ln(n) = 0.461$ $\eta := 0.5079 \cdot n^{0.03866} = 0.548$

die Current-Sheet Dimensionen :

$$D_0 := 10^6 \cdot \frac{L \cdot \alpha \cdot (1.9517 \cdot \alpha + 1)}{n^2 \cdot (1.958 \cdot \alpha + 0.047)} = 46.55 \times 10^{-3} \quad l_{s0} := D_0 \cdot \alpha = 21.481 \times 10^{-3} \quad d_0 := \frac{l_{s0} \cdot \eta}{n} = 1.671 \times 10^{-3}$$

die mechanischen Dimensionen : $D := D_0 + \frac{d_0}{2} = 47.386 \times 10^{-3}$ $l_s := l_{s0} - \frac{d_0}{\sqrt{2}} = 20.3 \times 10^{-3}$
 $n = 7.040$ $d := \frac{l_s \cdot \eta}{n} = 1.579 \times 10^{-3}$

Dieser Algorithmus ist genügend genau ($\pm 5\%$) sofern:

- die Resonanzfrequenz f_0 min. 3 mal höher ist als die Arbeitsfrequenz
- die Induktivität wie auch der Widerstand der Anschlussdrähte separat berechnet werden
- der Drahtdurchmesser grösser als 5 mal δ . z.B. 0.27mm für 1.7 MHz

Richtwerte für die Eigenkapazität und Eigenresonanz ohne Anschlussdrähte: $C_0 := 0.5 \cdot 10^{-10} \cdot D = 2.369 \times 10^{-12}$ $f_0 := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_0}} = 65 \times 10^6$

Kontrolle : Verwendung der oben ermittelten Resultate einer optimalen Spule oder korrigierte Werte im Bereich $\alpha = 0.4 \dots 0.7$ und $\eta = 0.4 \dots 0.68$

$$\alpha := \frac{l_s}{D} = 0.428 \quad \eta := \frac{n \cdot d}{l_s} = 0.548 \quad k_{\text{proxi}} := \left(\frac{n-2}{n} \cdot \frac{2 \cdot \eta}{1 + \eta} + \frac{1 - \eta}{1 + \eta} \cdot \frac{d}{D} \right) = 0.516$$

$$D_{\text{eff}} := D - k_{\text{proxi}} \cdot d = 0.0466 \quad l_{\text{seff}} := l_s + \frac{k_{\text{proxi}}}{\sqrt{2}} \cdot d = 0.0209 \quad \alpha_{\text{eff}} := \frac{l_{\text{seff}}}{D_{\text{eff}}} = 0.448$$

$$L := \frac{\mu_0 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{D_{\text{eff}}}{\alpha_{\text{eff}}} \cdot n^2 \cdot \frac{1.9837 \cdot \alpha_{\text{eff}} + 0.0475}{1.9517 \cdot \alpha_{\text{eff}} + 1} = 2.539 \times 10^{-6} \quad L = 2.539 \times 10^{-6}$$

$$R_{\text{dc}} := \frac{4 \cdot D \cdot n \cdot \rho}{d^2} = 9.57 \times 10^{-3} \quad R_{\text{skin}} := \sqrt{\mu_0 \cdot \pi \cdot \rho} \cdot \frac{D \cdot n}{d} \cdot \sqrt{f} = 158.38 \times 10^{-3} \quad \Phi_m := \frac{4.859 + \alpha}{6.153 - 5.480 \cdot \eta} = 1.678$$

$$R_{\text{ac}} := R_{\text{dc}} \cdot \left[1 + \left(\frac{R_{\text{skin}}}{R_{\text{dc}}} - 1 \right) \cdot \left[\Phi_m \cdot \left(\frac{n-1}{n} \right) + \frac{1}{n} \right] \right] = 0.245 \quad Q := \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{R_{\text{ac}}} \quad Q = 518.3$$

Wer es noch einfacher haben willDieser Algorithmus ist weniger genau ($\pm 10\%$).

Betriebsbedingungen : $f := 7.958 \cdot 10^6$ Kupfer bei 20 Grad Spulenwerte $L := 2.5 \cdot 10^{-6}$ $Q := 523$

die Windungszahl $n := 1932 \cdot \sqrt{\frac{L \cdot \sqrt{f}}{Q}} = 7.09$

$$D1 := \frac{0.966 \cdot 10^6 \cdot L}{n^2} = 47.98 \times 10^{-3} \quad l_{s1} := 0.47 \cdot D1 = 22.551 \times 10^{-3} \quad d1 := 0.259 \cdot \frac{D1}{n} = 1.752 \times 10^{-3}$$

$$D := D1 + \frac{d1}{2} = 48.856 \times 10^{-3} \quad l_s := l_{s1} - \frac{d1}{\sqrt{2}} = 21.312 \times 10^{-3} \quad d := \frac{0.264 \cdot D}{n} = 1.818 \times 10^{-3}$$

Kontrolle : Verwendung der oben ermittelten Resultate einer optimalen Spule oder korrigierte Werte im Bereich $\alpha = 0.4 \dots 0.7$ und $\eta = 0.4 \dots 0.68$

$$\alpha := \frac{l_s}{D} = 0.436 \quad \eta := \frac{n \cdot d}{l_s} = 0.605 \quad k_{\text{proxi}} := \left(\frac{n-2}{n} \cdot \frac{2 \cdot \eta}{1+\eta} + \frac{1-\eta}{1+\eta} \cdot \frac{d}{D} \right) = 0.551$$

$$D_{\text{eff}} := D - k_{\text{proxi}} \cdot d = 0.0479 \quad l_{\text{seff}} := l_s + \frac{k_{\text{proxi}}}{\sqrt{2}} \cdot d = 0.022 \quad \alpha_{\text{eff}} := \frac{l_{\text{seff}}}{D_{\text{eff}}} = 0.46$$

$$L := \frac{\mu_0 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{D_{\text{eff}}^2}{\alpha_{\text{eff}}} \cdot n^2 \cdot \frac{1.9837 \cdot \alpha_{\text{eff}} + 0.0475}{1.9517 \cdot \alpha_{\text{eff}} + 1} = 2.614 \times 10^{-6} \quad L = 2.614 \times 10^{-6}$$

$$R_{\text{dc}} := \frac{4 \cdot D \cdot n \cdot \rho}{d^2} = 7.509 \times 10^{-3} \quad R_{\text{skin}} := \sqrt{\mu_0 \cdot \pi \cdot \rho} \cdot \frac{D \cdot n}{d} \cdot \sqrt{f} = 142.97 \times 10^{-3} \quad \Phi_m := \frac{4.859 + \alpha}{6.153 - 5.480 \cdot \eta} = 1.87$$

$$R_{\text{ac}} := R_{\text{dc}} \cdot \left[1 + \left(\frac{R_{\text{skin}}}{R_{\text{dc}}} - 1 \right) \cdot \left[\Phi_m \cdot \left(\frac{n-1}{n} \right) + \frac{1}{n} \right] \right] = 0.244 \quad Q := \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{R_{\text{ac}}} \quad Q = 536.0$$

HB9DFZ, (paul_zwicky@hotmail.com) freut sich auf Anfragen zu diesem Thema. Es stehen auch Mathcad 14- files zur Verfügung.